机密★启用前

四川省2022年普通高校对口招生统一考试

数 学

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）。第Ⅰ卷1—3页，第Ⅱ卷3—4页，共4页。考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试卷、草稿纸上答题无效。满分150分，考试时间120分钟。考试结束后，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

第Ⅰ卷 （共60分）

注意事项：

1. 必须使用2B铅笔在答题卡上将所选答案对应的标号涂黑。
2. 第Ⅰ卷共1大题，15小题，每小题4分，共60分。

一、选择题：本大题共15小题，每小题4分，共60分。在每小题列出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的。

1. 设集合 $X=\{-1,0,1\}$，$Y=\{1,2\}$，那么 $X\cap Y=$

A. $\varnothing$　　B. $\{1\}$

C. $\{-1,2\}$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

2. $\cos\dfrac{5\pi}{6}=$

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\dfrac{1}{2}$

C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3. 函数 $f(x)=\sqrt{x-1}+\dfrac{1}{x+1}$ 的定义域是

A. $[1,+\infty)$　　B. $(1,+\infty)$

C. $(-1,1)$　　D. $(-\infty,1)\cup[1,+\infty)$

4. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(-1,0),\boldsymbol{b}=(0,2)$，那么 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=$

A. $(2,2)$　　B. $(2,-2)$

C. $(-2,2)$　　D. $(-2,-2)$

5. 过点 $(1,2)$ 且与直线 $y=-x+5$ 垂直的直线方程是

A. $y=-x+3$　　B. $y=x-1$

C. $y=x+1$　　D. $y=2x$

6. 不等式 $(|x|+1)(|x|-3)<0$ 的解集是

A. $(-3,3)$　　B. $[-3,3]$

C. $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$　　D. $(-\infty,-3]\cup[3,+\infty)$

7. 双曲线 $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$ 的焦点坐标是

A. $(\pm1,0)$　　B. $(0,\pm1)$

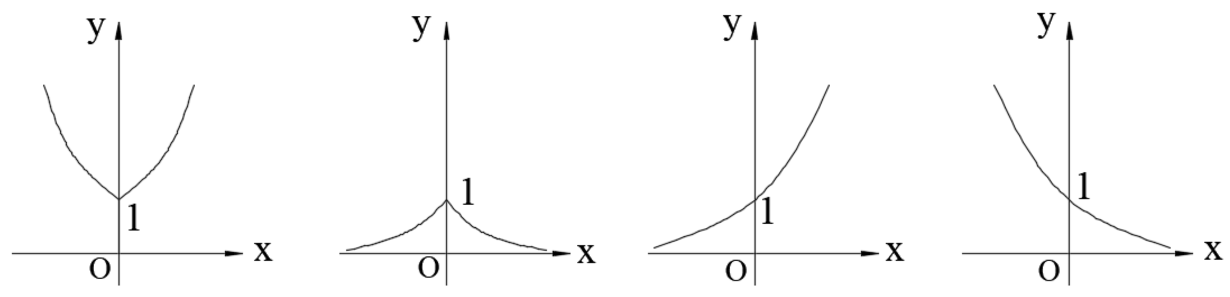
C. $(\pm3,0)$　　D. $(0,\pm3)$

8. 函数 $f(x)=\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{\pi}{2}+\left(\cos^4\dfrac{x}{4}-\sin^4\dfrac{x}{4}\right)\sin\dfrac{\pi}{4}$ 的最小正周期是

A. $\dfrac{\pi}{2}$　　B. π

C. 2π　　D. 4π

9. 函数 $f(x)=2^{|x|}$ 的图像大致是



A.　　B.　　C.　　D.

10. 某高校选派6名志愿者到5个社区开展法制宣传活动，要求每个社区至少有1名志愿者，且每名志愿者只能够去1个社区，则不同的安排方法共有

A. 600种　　B. 720种

C. 1200种　　D. 1800种

11. 设 $a,b\in R$，则“$a>b$”是“$a|a|+2a>b|b|+2b$”的

A. 充分但不必要条件　　B. 必要但不充分条件

C. 既充分又必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

12. $(\lg2)^2+2\lg2\lg5+(\lg5)^2+\log_7 7=$

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 5

13. 若要得到函数$y=\sin 2x$的图像，则需要将函数$y=\sin（2x-\frac{\pi}{3}）$的图像

A. 向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位　　B. 向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位

C. 向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位　　D. 向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位

14. 设α,β是两个不同的平面，m,n是两条不同的直线，则下面四个命题正确的个数是

①若$m\perp\alpha$，$\alpha\parallel\beta$，$n\parallel\beta$，则$m\perp n$；　②若$\alpha\perp\beta$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，则$m\perp n$；

③若$m\parallel n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，则$\alpha\perp\beta$；　④若$m\perp n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，则$\alpha\perp\beta$.

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

15. 某实验室研究发现，某昆虫分泌信息素后，在t秒时距分泌处x米的地方，信息素浓度满足公式$\lg y=A-\frac{1}{2}\lg t-\frac{kx^2}{t}$（其中$A,K$均为非0常数）.如果分泌信息素后，在1秒时距分泌处3米的地方，信息浓度为a，在9秒时距分泌处d米的地方，信息浓度为$\frac{a}{3}$，则$d=$

A. 6　　B. 9

C. 10　　D. 12

第 II 卷　（共 90 分）

注意事项：

1　必须使用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答。作图时可先用铅笔绘出，确定后再用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔描清楚。

2　第Ⅱ卷共 2 大题，11 小题，共 90 分。必须在答题卡答题区域作答。

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

16. 抛物线$y^2=2x$的焦点到准线的距离为_________.

17. 已知某高校学术报告厅共有 20 排座位，第 2 排的座位数是 12，从第 2 排起后一排比前一排多 2 个座位，则该学术报告厅的座位总数是_________.

18. 在$(x+1)^n$的二项展开式中，x^2的系数为10，那么$n=$_________.

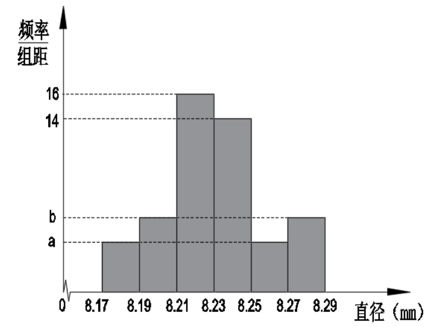
19. 在$\triangle ABC$中，$C=\frac{\pi}{2},\left|\overrightarrow{AC}\right|=3$,则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$_________.

20. 在平面直角坐标系中，当点$M(x,y)$不是坐标原点时，定义点$M(x,y)$的“映射点”为$M^*（\frac{x}{x^2+y^2},\frac{y}{x^2+y^2}）$，那么点$A(1,2)$的“映射点”$A^*$的坐标是_________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，解答时应写出文字说明、演算步骤或主要证明过程。

21. （本小题满分 10 分）

某车间生产出一批零件，质检小组从中抽取 300 个零件检测其直径（单位：mm），将所得数据分为六组：$[8.17,8.19)$，$[8.19,8.21)$，$[8.21,8.23)$，$[8.23,8.25)$，$[8.25,8.27)$，$[8.27,8.29)$，并绘制如图所示的频率分布直方图，其中$1.5a=b$.



（Ⅰ）求a,b的值；

（Ⅱ）若把直径在区间$[8.21,8.25)$的零件称为一等品，在区间$[8.19,8.21)$，$[8.25,8.27)$的零件称为二等品.现采用分层抽样的方法，在一、二等品中抽取容量为8的样本,再从这8个样本中随机抽取4个，若用x表示抽取到一等品的个数，试求x概率分布列.

22. （本小题满分 12 分）

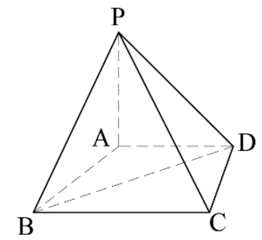
设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=3a_n+n-5$.

（Ⅰ）证明：数列$\{S_n-n+2\}$是等比数列；

（Ⅱ）求数列$\{S_n\}$的前n项和为T_n.

23. （本小题满分 12 分）

在四棱锥$P-ABCD$中，$PA=AB,AD\perp CD,2AD=2CD=BC,AD\parallel BC$，$PA\perp$平面$ABCD$.



（Ⅰ）证明：平面$PAB\perp$平面PAC；

（Ⅱ）求二面角$P-BD-A$的正切值.

24. （本小题满分 12 分）

在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，$\sin A=\sin(A-B)+\sin C$.

（Ⅰ）求角B；

（Ⅱ）证明：$\frac{b\sin\left(C-\frac{\pi}{6}\right)}{(2c-a)\cos B}$为定值.

25. （本小题满分 12 分）

设函数$f(x)$对于任意实数$x,y\in R$都有$f(x+2y)=f(x)+2f(y)$成立，且$f(1)=-2$.

（Ⅰ）求$f(\frac{1}{2})$与$f(\frac{2}{3})$的值；

（Ⅱ）当$x>0$时，$f(x)<0$成立，判断函数$f(x)$的单调性，并说明理由.

26. （本小题满分 12 分）

已知圆$C:x^2+y^2=9$.

（Ⅰ）若直线l与圆相切于点(m,n)，求直线l的方程；

（Ⅱ）过圆内一点$(2,1)$的直线与圆C相交于A,B两点，若过点A,B且与圆C相切的两条直线相交于点P，求点P的轨迹方程.

四川省2022年普通高校对口招生统一考试

数学试题参考答案

一、选择题：共15小题，每小题4分，共60分。

1. B	2. A	3. A	4. D	5. C
6. A	7. C	8. D	9. A	10. D
10. C	12. B	13. A	14. C	15. B

二、填空题：共5小题，每小题4分，共20分。

16. 1	17. 582	18. 5	19 9	20. $\left(\frac{1}{5},\frac{2}{5}\right)$

三、解答题：共6小题，共70分。

21.（本小题满分10分）

（Ⅰ）这六组数据的组距为0.02，

于是有：$16\times0.02+14\times0.02+2a\times0.02+2b\times0.02=1$，而$1.5a=b$，

可计算出：$a=4,b=6$；

（Ⅰ）在抽取的300个零件之中，根据频率直方图可得：

其中一等品的个数为$300\times0.02\times14+300\times0.02\times16=180$（个），

其中二等品的个数为$300\times0.02\times6+300\times0.02\times4=60$（个），

采用分层抽样法在一、二等品中抽取容量为8的样本，

可得抽取到一、二等品零件的个数分别为6个、2个，

由此可得x的取值可能为：2，3，4，

则$P(x=2)=\frac{C_6^2\cdot C_2^2}{C_8^4}=\frac{3}{14}$，$P(x=3)=\frac{C_6^3\cdot C_2^1}{C_8^4}=\frac{4}{7}$，$P(x=4)=\frac{C_6^4\cdot C_2^0}{C_8^4}=\frac{3}{14}$，

可得x概率分布列为：

x	2	3	4
P	$\frac{3}{14}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{14}$

22.（本小题满分12分）

（Ⅰ）在数列$\{a_n\}$中，$S_n=3a_n+n-5$，$S_1=a_1=3a_1+1-5$，得$S_1=a_1=2$，

则$S_{n+1}=3a_{n+1}+n+1-5=3a_{n+1}+n-4$，

则$a_{n+1}=S_{n+1}-S_n=3a_{n+1}+n-4-(3a_n+n-5)=3a_{n+1}-3a_n+1$，

化简得$a_n=\frac{2}{3}a_{n+1}+\frac{1}{3}$，

在数列$\{S_n-n+2\}$中：

其首项为$S_1-1+2=3$

$S_n-n+2=3a_n+n-5=3a_n-3$，

$S_n+1-(n+1)+2=3a_{n+1}+(n+1)-5-(n+1)+2=3a_{n+1}-3$，

则$\frac{S_n+1-(n+1)+2}{S_n-n+2}=\frac{3a_{n+1}-3}{3a_n-3}=\frac{3a_{n+1}-3}{3\left(\frac{2}{3}a_{n+1}+\frac{1}{3}\right)-3}=\frac{3a_{n+1}-3}{2a_{n+1}-2}=\frac{3}{2}$，

故数列$\{S_n-n+2\}$是首项为3，公比为$\frac{3}{2}$的等比数列；

（Ⅱ）$S_n=(S_n-n+2)+n-2$，

由（Ⅰ）知数列$\{S_n-n+2\}$的前n项和为：$\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{3\left(1-\left(\frac{3}{2}\right)^n\right)}{1-\frac{3}{2}}=6\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^n-6$

而数列$\{n-2\}$是首项为-1，公差为1的等差数列，其前n项和为：

$\frac{n(-1+n-2)}{2}=\frac{n^2-3n}{2}=\frac{n^2}{2}-\frac{3n}{2}$，

故数列$\{S_n\}$的前n项和为：$T_n=6\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^n+\frac{n^2}{2}-\frac{3n}{2}-6$.

$$\frac{\frac{3}{4}\sin C-\frac{\sqrt{3}}{4}\cos C}{\sin C-\frac{\sin A}{2}}=\frac{\frac{3}{4}\sin C-\frac{\sqrt{3}}{4}\cos C}{\sin C-\frac{\sin\left(\frac{2\pi}{3}-C\right)}{2}}=\frac{\frac{3}{4}\sin C-\frac{\sqrt{3}}{4}\cos C}{\sin C-\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\cos C+\frac{1}{4}\sin C\right)}=\frac{\frac{3}{4}\sin C-\frac{\sqrt{3}}{4}\cos C}{\frac{3}{4}\sin C-\frac{\sqrt{3}}{4}\cos C}=1$$

故 $\frac{b\sin\left(C-\frac{\pi}{6}\right)}{(2c-a)\cos B}=1$，是定值.

25.（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）令 $x=y=0$，得 $f(0)=f(0)+2f(0)$，则 $f(0)=0$；

令 $x=0,y=1$，得 $f(2)=f(0)+2f(1)=-4$，则 $f(2)=-4$；

令 $x=0,y=\frac{1}{2}$，得 $f(0+2\times\frac{1}{2})=f(0)+2f(\frac{1}{2})$，即 $f(1)=f(0)+2f(\frac{1}{2})$，

可得 $f(\frac{1}{2})=-1$；

令 $x=y=\frac{2}{3}$，得 $f(\frac{2}{3}+2\times\frac{2}{3})=f(\frac{2}{3})+2f(\frac{2}{3})=f(2)$，即 $f(2)=3f(\frac{2}{3})$，

可得 $f(\frac{2}{3})=-\frac{4}{3}$；

（Ⅱ）函数 $f(x)$ 在定义域 R 上单调递减，证明如下：

令 $y=-x$，有 $f[x+2(-x)]=f(x)+2f(-x)$ 成立，

化简可得 $f(x)=-f(-x)$，故函数 $f(x)$ 是奇函数，

当 $x>0$ 时，$f(x)<0$ 成立，$f(x)$ 是奇函数，故当 $x<0$ 时，$f(x)>0$ 成立；

令 $x_1,x_2\in R$，且 $x_1<x_2$，

$f(x_1)=f(x_1-2x_2+2x_2)=f(x_1-2x_2)+2f(x_2)$，

整理有：$f(x_1)-2f(x_2)=f(x_1-2x_2)$，

而 $x_1<x_2$，则 $x_1-2x_2<0$，当 $x<0$ 时，$f(x)>0$，故 $f(x_1-2x_2)>0$，

即 $f(x_1)-2f(x_2)=f(x_1-2x_2)>0$，$f(x_1)>2f(x_2)>f(x_2)$，

综上，当 $x_1,x_2\in R$，且 $x_1<x_2$ 时，$f(x_1)>2f(x_2)>f(x_2)$，故函数 $f(x)$ 单调递减.

26.（本小题满分 12 分）

由题可得该圆的圆心坐标为 $(0,0)$，半径为 3.

（Ⅰ）设过点 $(0,0)$ 与 (m,n) 的直线为 l_1，可得直线 l_1 的斜率 $k_1=\frac{n}{m}$，$m,n\neq0$，

由于直线 l 与圆 C 相切，故 $l\perp l_1$，则直线 l 的斜率为 $k_l=-\frac{m}{n}$，$m,n\neq0$，

可得 $m,n\neq0$ 时 l 的方程为：$y-n=-\frac{m}{n}(x-m)$，即 $mx+ny-m^2-n^2=0$，

$m=0$ 时 l 的方程为：$y\pm3=0$，

$n=0$ 时 l 的方程为：$x\pm3=0$；

（Ⅱ）当直线 AB 过圆 C 圆心时，过点 A,B 且与圆 C 相切的两条直线相互平行，

则点 P 不存在；

当直线 AB 不过圆 C 圆心时，过点 A,B 且与圆 C 相切的两条直线不平行，

则点 P 存在；

设点 A,B,P 坐标分别为 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_0,y_0)$，

可得直线 AP 方程：$x_1x+y_1y-9=0$，直线 BP 方程：$x_2x+y_2y-9=0$，

点 P 过直线 AP 和直线 BP，

于是有 $x_1x_0+y_1y_0-9=0$，$x_2x_0+y_2y_0-9=0$，

而 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 是圆 C 上的点，故直线 AB 满足 $x_0x+y_0y-9=0$，

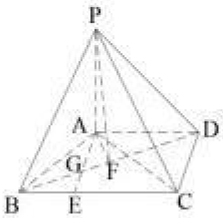
由于直线 AB 过点 $(2,1)$，于是有 $2x_0+y_0-9=0$，

而点 P 坐标为 (x_0,y_0)，$2x_0+y_0-9=0$，

故点 P 的轨迹方程为：$2x+y-9=0$.

23.（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）连接 AC，作$AE\perp BC$，交BC于E，交BD于G，



由$AD\perp CD, 2AD=2CD=BC, AD\parallel BC$，

$DC\perp BC$，而$AE\perp BC$，得到$AE\parallel CD$，

$AE\parallel CD$，$AD\parallel BC$，$DC\perp BC$，

得到四边形$AECD$是正方形，则$AD=CD=CE=AE$，$\angle CAE=\dfrac{\pi}{4}$

$AD=CD=CE=AE$，$2AD=2CD=BC$，$AE\perp BC$，

得$AE=BE$，故$\triangle ABE$是等腰直角三角形，且$\angle AEB=\dfrac{\pi}{2}$，可知$\angle BAE=\dfrac{\pi}{4}$

则$\angle BAC=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$，即$AB\perp AC$，

由于$PA\perp$平面$ABCD$，故$PA\perp AC$，

$PA\perp AC$，$AB\perp AC$，$PA\cap AB=A$，故$AC\perp$平面PAB，

由于$AC\perp$平面PAB，AC在平面PAC内，故$PA\perp$平面$ABCD$；

（Ⅱ）作$AF\perp BD$，交BD于F，

由于$PA\perp$平面$ABCD$，故$PA\perp BD$，

$PA\perp BD$，$AF\perp BD$，$PA\cap AF=A$，故$BD\perp$平面PAF，

故$\angle PFA$是二面角$P-BD-A$的平面角，

$AE\parallel CD$，$2CE=CB$，根据相似三角形定理可知GE是$\triangle BCD$的中位线，

则$2GE=CD$，故$AG=GE=\dfrac{1}{2}AE=\dfrac{1}{2}AD$，

$AE\perp AD$，$AF\perp BD$，则$S_{\triangle ADG}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}AD\cdot AD=\dfrac{1}{2}AF\cdot\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}AD\right)^2+AD^2}$，

解得：$AF=\dfrac{\sqrt{5}}{5}AD$，

$PA=AD$，则$\tan\angle PFA=\dfrac{PA}{AF}=\dfrac{AD}{\frac{\sqrt{5}}{5}AD}=\sqrt{5}$，

因此二面角$P-BD-A$的正切值是$\sqrt{5}$.

24.（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）在$\triangle ABC$中，$A+B+C=\pi$，

故$\sin A=\sin[\pi-(B+C)]=\sin(B+C)$，

$\sin(A-B)=\sin[\pi-(B+C)-B]=\sin(2B+C)$，

由题意有$\sin A=\sin(A-B)+\sin C$，即$\sin(A-B)=\sin A-\sin C$

于是有$\sin(B+C)=\sin(2B+C)-\sin C$，

$$\begin{aligned}\sin(2B+C)-\sin C&=2\sin B\cos B\cos C+2\sin C\cos^2 C\\&=2\cos B[\sin B\cos C+\sin C\cos B]\\&=2\cos B\sin(B+C)\\&=\sin(B+C)\end{aligned}$$

得$\cos B=\dfrac{1}{2}$，则$B=\dfrac{\pi}{3}$；

（Ⅱ）由正弦定理$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$，得$a=2R\sin A$，$b=2R\sin B$，$c=2R\sin C$，

$$\frac{b\sin\left(C-\frac{\pi}{6}\right)}{(2c-a)\cos B}=\frac{2R\sin B\sin\left(C-\frac{\pi}{6}\right)}{(4R\sin C-2R\sin A)\cos B}=\frac{\sin B\sin\left(C-\frac{\pi}{6}\right)}{(2\sin C-\sin A)\cos B}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(C-\frac{\pi}{6}\right)}{\sin C-\frac{1}{2}\sin A},$$

整理有：$\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(C-\frac{\pi}{6}\right)}{\sin C-\frac{\sin A}{2}}=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin C-\frac{1}{2}\cos C\right)}{\sin C-\frac{\sin A}{2}}=\dfrac{\frac{3}{4}\sin C-\frac{\sqrt{3}}{4}\cos C}{\sin C-\frac{\sin A}{2}}$，

由于$A+B+C=\pi$，$B=\dfrac{\pi}{3}$，则$A+C=\dfrac{2\pi}{3}$，于是有：